

Total number of printed pages-23

3 (Sem-1/CBCS) MAT HG/RC 1

2020

(Held in 2021)

**MATHEMATICS**

(Honours Generic/Regular)

*For Honours Generic*

*Attempt either MAT-HG-1016 or MAT-HG-1026*

*For Regular*

*Attempt MAT-RC-1016*

*The figures in the margin indicate full marks for the questions.*

*Answer either in English or in Assamese.*

Paper : MAT-HG-1016/MAT-RC-1016

**(Calculus)**

Full Marks : 80

Time : Three hours

1. Answer the following questions :

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়াঁ :

(a) What is the  $n$ -th derivative of  $\log(x+a)$  ?

1

$\log(x+a)$ ৰ  $n$ তম অবকলজটো কি হ'ব?

Contd.

(b) Expand  $\tan^{-1} x$  in powers of  $x$  by Maclaurin's infinite series. 1

মেক্‌লৰিন'ৰ অসীম শ্ৰেণীটো ব্যৱহাৰ কৰি  $\tan^{-1} x$  ক  $x$  ৰ ঘাতত প্ৰসাৰ কৰা।

(c) Find the derivative of  $x^2$  w.r.t.  $x^3$ . 1  
 $x^3$  সাপেক্ষে  $x^2$  ৰ অবকলজ উলিওৱা।

(d) Find the value of  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ . 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$  ৰ মান উলিওৱা।

(e) State the Leibnitz theorem. 1

লীবনিটজৰ উপপাদ্যটো লিখা।

(f) If  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{4}{3} \right)$ , what is the exact value of  $\sin \theta$ ? 1

যদি  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{4}{3} \right)$  হয়,  $\sin \theta$  ৰ সঠিক মান কি হ'ব?

(g) If  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ , then at what interval the function  $\log_b x$  is continuous? 1

যদি  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ , তেন্তে কি অন্তৰালত  $\log_b x$  ফলনটো অবিচ্ছিন্ন হ'ব?

(h) Find the average rate of change of  $y = x^2 + 1$  w.r.t.  $x$  over the interval  $[3, 5]$ . 1

$x$  সাপেক্ষে  $[3, 5]$  অন্তৰালত  $y = x^2 + 1$  ৰ গড় হাৰ মান উলিওৱা।

(i) Sketch the graph of the function  $f(x) = (x-2)^4$ . 1

$f(x) = (x-2)^4$  ফলনটোৰ লেখ অংকন কৰা।

(j) State whether the statement is true or false : 1

The function  $f(x) = |x|$  is not differentiable at  $x = 0$ .

তলৰ উক্তিটো সচাঁ নে মিছা লিখা :

$f(x) = |x|$  ফলনটো  $x = 0$  বিন্দুত অৱকলন নহয়।

2. Answer the following questions :  $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Sketch the graph of the function  $f(x) = 1 - 2^x$  and find its domain and range. 2

$f(x) = 1 - 2^x$  ফলনটোৰ লেখ আঁকা আৰু ইয়াৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ উলিওৱা।

(b) Find the value of  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$  2

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$  ৰ মান উলিওৱা।

(c) Show that  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2 + y^2}$  does not exist. 2

দেখুওৱা যে,  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2 + y^2}$  স্থিত নহয়।

(d) Consider the function  $f(x) = x^2$ . Find the function which

- (i) shifts the graph of  $f$  one unit up ;
- (ii) shifts the graph of  $f$  two units down. 2

$f(x) = x^2$  হ'লে, তলৰ ফলন কেইটা নিৰ্ণয় কৰা :

- (i)  $f$  ফলনটোৰ লেখটোক এক একক ওপৰলৈ স্থানান্তৰ কৰা।
- (ii)  $f$  ফলনটোৰ লেখটোক দুই একক তললৈ স্থানান্তৰ কৰা।

(e) Evaluate  $\arcsin\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right)$  2

$\arcsin\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right)$  ৰ মান উলিওৱা।

3. Answer **any four** questions :

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :  $5 \times 4 = 20$

(a) Find infinite series of  $\sin x$  using Maclaurin's theorem. 5

মেক্‌লৰিনৰ উপপাদ্যটো প্ৰয়োগ কৰি  $\sin x$  ৰ অসীম শ্ৰেণীটো উলিওৱা।

(b) Evaluate, using L'Hospital's rule :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \log(1+x)}{2x} \quad 5$$

এল' হ'চপিতাল নিতি প্ৰয়োগ কৰি, নিৰ্ণয় কৰা :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \log(1+x)}{2x}$$

(c) If  $U$  is a homogeneous function of  $x$  and  $y$  of degree  $n$ , show that

$$x^2 U_{xx} + 2xy U_{xy} + y^2 U_{yy} = n(n-1)U. \quad 5$$

$U$  এটা  $n$  মাপৰ  $x$  আৰু  $y$  ৰ সুসম ফলন হ'লে, দেখুওৱা যে

$$x^2 U_{xx} + 2xy U_{xy} + y^2 U_{yy} = n(n-1)U.$$

(d) If  $U = \log(x^2 + y^2)$ , find  $\frac{\partial U}{\partial x}$  using definition. 5

যদি  $U = \log(x^2 + y^2)$ , তেন্তে  $\frac{\partial U}{\partial x}$  ৰ মান সূত্র

ব্যৱহাৰ কৰি উলিওৱা।

(e) For what value of  $k$ , the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{3x}, & \text{if } x \neq 0 \\ k, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 0$  ?

5

$k$  ৰ কি মানৰ বাবে ফলন

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{3x}, & \text{if } x \neq 0 \\ k, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন?

(f) State and Prove Rolle's theorem. 5

ৰ'লৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখি প্রমাণ কৰা।

4. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)] :  
6+4=10

[(a) আৰু (b)] অথবা [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) In the mean value theorem

$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h)$ ,  $0 < \theta < 1$ ,  
show that limiting value of  $\theta$  as  $h \rightarrow 0$   
is  $\frac{1}{2}$ , if  $f(x) = \sin x$ . 6

মধ্যমান উপপাদ্যটোত

$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h)$ ,  $0 < \theta < 1$ ,  
দেখুওৱা যে  $\theta$  ৰ সীমিত মান  $\frac{1}{2}$  যত,  $h \rightarrow 0$   
যদি  $f(x) = \sin x$ ।

- (b) In a triangle  $ABC$ ,  $a = 2$  units,  $b = 3$  units and  $\angle C = 60^\circ$ , find the value of  $\sin A$ . 4

$ABC$  ত্রিভুজত,  $a = 2$  একক,  $b = 3$  একক আৰু  $\angle C = 60^\circ$ , তেস্তে  $\sin A$  ৰ মান উলিওৱা।

- (c) Show that the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

is continuous but not differentiable at  $x = 0$ . 6

দেখুওৱা যে, ফলন

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন কিন্তু অৱকলন নহয়।

- (d) Find the value of  $\theta$  in the mean value theorem  $f(x+h) = f(x) + h f'(x+\theta h)$ ,  $0 < \theta < 1$ , for the function  $f(x) = e^x$ . 4

মধ্যমান উপপাদ্যটোত

$$f(x+h) = f(x) + h f'(x+\theta h), \quad 0 < \theta < 1,$$

$\theta$  ৰ মান উলিওৱা, যদি  $f(x) = e^x$ .

5. Answer **any two** of the following :  $5 \times 2 = 10$

যিকোনো দুটা অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Evaluate **any two** :  $2\frac{1}{2} \times 2 = 5$

(যিকোনো দুটাৰ) মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 + 8} - 3}{x + 1}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow e} \frac{\log x - 1}{x - e}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 - 3x + 5}}{7x + 2}$$

(b) Examine differentiability of the following function at  $x = 0$ . 5

$$f(x) = \begin{cases} x \left( \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}} \right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x \left( \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}} \right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

ফলনটোৰ  $x = 0$  বিন্দুত অৱকলন পৰীক্ষা কৰা।

(c) Show that the function

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & \text{if } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0, y = 0 \end{cases}$$

is continuous at  $(0, 0)$ . 5

দেখুওৱা যে ফলন,

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & \text{if } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0, y = 0 \end{cases}$$

$(0, 0)$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

5. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c)]: 5+5=10

[(a) আৰু (b)] অথবা [(c)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If (যদি)  $y = \sin^{-1} x$ , show that (দেখুওৱা যে)

(i)  $(1 - x^2) y_2 - x y_1 = 0$

(ii)  $(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1) x y_{n+1} - n^2 y_n = 0$   
2+3=5

(b) State Lagrange's mean value theorem in  $[a, b]$ . Using it prove that,

$$\frac{b-a}{1+b^2} < \tan^{-1} b - \tan^{-1} a < \frac{b-a}{1+a^2}$$

for positive values of  $a$  and  $b$ . 1+4=5

$[a, b]$  অন্তৰালত লেগৰাঞ্জছ মধ্যমান উপপাদ্যটোৰ উক্তিটো লিখা আৰু ইয়াৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{b-a}{1+b^2} < \tan^{-1} b - \tan^{-1} a < \frac{b-a}{1+a^2}$$

$a$  আৰু  $b$  ৰ ধনাত্মক মানৰ বাবে।

(c) Sketch the level curves of the following functions : 5+5=10

(i)  $f(x, y) = 4x^2 + y^2$

(ii)  $g(x, y) = x^2 - y^2$

তলৰ ফলন কেইটাৰ পৃষ্ঠস্তৰ অংকন কৰা :

(i)  $f(x, y) = 4x^2 + y^2$

(ii)  $g(x, y) = x^2 - y^2$

7. State Euler's theorem on homogeneous function.

If  $u = \tan^{-1} \left( \frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$ , prove that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

Hence deduce that

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2 (\cos 2u - 1) \sin 2u$$

1+3+6=10

ইউলাৰ সুযম ফলনৰ উপদাদ্যটোৰ উক্তি লিখা।

যদি  $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$ , প্রমাণ কৰা যে

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

ইয়াৰ পৰা সাব্যস্ত কৰা যে

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2(\cos 2u - 1) \sin 2u$$

**Or** (অথবা)

If  $z = \log \tan\left(\frac{y}{x}\right)$ , then verify

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

10

যদি  $z = \log \tan\left(\frac{y}{x}\right)$ , তেন্তে সত্যতা প্রমাণ কৰা যে

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

Paper : MAT-HG-1026

**(Analytical Geometry)**

Full Marks : 80

Time : Three hours

1. Answer the following questions :  $1 \times 10 = 10$

তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(i) Write the condition,

if  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  represents a pair of perpendicular lines.

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  এ, এযোৰ পৰস্পৰ লম্বভাৱে থকা সৰলৰেখা নিকপণ কৰাৰ চৰ্ত লিখা।

(ii) Under what condition

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  may represent a pair of straight lines ?

কি চৰ্ত সাপেক্ষে

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  এ এযোৰ সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে?

(iii) Define a conic.

শাংকবৰ সংজ্ঞা লিখা।

(iv) Write the equation of the normal to the parabola  $y^2 = 4ax$  at  $(am^2, -2am)$ .

$y^2 = 4ax$  অধিবৃত্তটোৰ  $(am^2, -2am)$  বিন্দুত অভিলম্বৰ সমীকৰণ লিখা।

(v) For what value of  $a$ , the transformation  $x = x' + 2$ ,  $y = ay' - 3$  is a translation.

$a$  ৰ কি মানৰ বাবে  $x = x' + 2$ ,  $y = ay' - 3$  এ স্থানান্তৰিত ৰূপান্তৰ বুজাব।

(vi) Find the distance between the points  $(1, -2, 0)$  and  $(4, 0, 5)$ .

$(1, -2, 0)$  আৰু  $(4, 0, 5)$  বিন্দু দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

(vii) If  $\vec{u} = i - 3j + 2k$  and  $\vec{v} = i + j$ , find the magnitude of  $\vec{u} + \vec{v}$ .

$\vec{u} = i - 3j + 2k$  আৰু  $\vec{v} = i + j$  হ'লে,  $\vec{u} + \vec{v}$  ৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) Define dot product of two vectors.

দুটা ভেক্টৰৰ ডট পূৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(ix) Find the angle between the vectors  $\vec{u} = i - 2j + 2k$  and  $\vec{v} = -3i + 6j + 2k$ .

$\vec{u} = i - 2j + 2k$  আৰু  $\vec{v} = -3i + 6j + 2k$  ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

(x) Write the condition of three vectors  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  to be coplanar.

$\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  আৰু  $\vec{c}$  ভেক্টৰ তিনিটা একসমতলীয় হোৱাৰ চৰ্তটো লিখা।

2. Answer the following questions :  $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Find the equation of the parabola whose focus is  $(-1, 3)$  and vertex is  $(4, 3)$ .

$(-1, 3)$  নাভিবিन्दু আৰু  $(4, 3)$  শীৰ্ষবিन्दু বিশিষ্ট অধিবৃত্তটোৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find the centre of the ellipse

$$2x^2 + 3y^2 - 4x + 5y + 4 = 0.$$

$2x^2 + 3y^2 - 4x + 5y + 4 = 0$  উপবৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

- (c) If  $e_1$  and  $e_2$  are the eccentricities of a hyperbola and its conjugate, show that

$$\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1$$

কোনো পৰাবৃত্ত আৰু তাৰ সংযুগ্ম পৰাবৃত্তৰ উপকেন্দ্ৰতা ক্ৰমে  $e_1$  আৰু  $e_2$  হলে, দেখুওৱা যে

$$\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1$$

- (d) Find the centre and radius of the sphere that has  $(1, -2, 4)$  and  $(3, 4, -12)$  as end points of a diameter.

এটা গোলকৰ ব্যাসৰ মূৰ বিন্দু দুটা  $(1, -2, 4)$  আৰু  $(3, 4, -12)$  হলে গোলকটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) Find the angle that the vector  $\vec{v} = -\sqrt{3}i + j$  makes with the positive  $x$ -axis.

$\vec{v} = -\sqrt{3}i + j$  ভেক্টৰে  $x$  অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত কৰা কোণটো নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer **any four** questions :

5×4=20

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Transform the equation

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 18x - 22y + 50 = 0$$

when the origin is shifted to the point (2, 3) and the axes are rotated through an angle  $\frac{\pi}{4}$ .

মূলবিন্দুক (2, 3) বিন্দুলৈ স্থানান্তৰ কৰি অক্ষদ্বয়ক  $\frac{\pi}{4}$  কোণত ঘূৰালে

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 18x - 22y + 50 = 0$$

সমীকৰণৰ ৰূপান্তৰিত সমীকৰণটো নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find the product of the perpendiculars from  $(x_1, y_1)$  to the lines represented by  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ .

$(x_1, y_1)$  বিন্দুৰ পৰা  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  এ বুজোৱা ৰেখা দুডাললৈ টনা লম্বৰ গুণফল নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Find the equation of the directrix of the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ .

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  শাংকবটোৰ নিয়মিকা সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Prove that the equation

$2x^2 - 5xy + 3y^2 - 2x + 3y = 0$  represents two lines and find their point of intersection.

প্রমাণ কৰা যে  $2x^2 - 5xy + 3y^2 - 2x + 3y = 0$  সমীকৰণটোৱে এযোৰ সৰলৰেখাক নিৰ্দেশ কৰে আৰু সিহঁতৰ ছেদবিন্দুৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Find the lengths of the semi axes of the conic  $7x^2 + 52xy - 32y^2 = 180$ .

$7x^2 + 52xy - 32y^2 = 180$  শাংকৰ অৰ্ধাঙ্ক দুডালৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Show that the scalar triple product  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  is equal to the magnitude of the volume of the parallelepiped whose concurrent edges are  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$ .

দেখুওৱা যে,  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  অদিশ ত্ৰিপুৰণ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  আৰু  $\vec{c}$  ক সন্নিহিত বাহু হিচাবে লৈ গঠন কৰা ঘনকৰ আয়তনৰ মানৰ সমান।

Answer either (a) or (b) from each of the following  
four questions : 10×4=40

তলত দিয়া প্ৰশ্ন চাৰিটাৰ প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ (a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ  
কৰিবা :

4. (a) (i) Find the equation of the pair of  
straight lines perpendicular to the  
pair of lines given by

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$$

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  এ নিৰ্দেশ কৰা সৰল  
ৰেখা দুডালৰ লম্ব হোৱা ৰেখা দুডালৰ সমীকৰণ  
নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Reduce the equation

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

to the standard form.

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

সমীকৰণটোক আদৰ্শ আকাৰলৈ ৰূপান্তৰ কৰা।

(b) (i) The normal at the point  $(at_1^2, 2at_1)$   
meets the parabola  $y^2 = 4ax$  again  
at the point  $(at_2^2, 2at_2)$ . Show that

$$t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}.$$

$(at_1^2, 2at_1)$  বিন্দুত টনা অভিলম্বডালে  
 $y^2 = 4ax$  অধিবৃত্তটোৰ  $(at_2^2, 2at_2)$   
 বিন্দুত সংযোজিত হয়। দেখুওৱা যে

$$t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}$$

(ii) Find the asymptotes of the hyperbola

$$2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 2 = 0.$$

$$2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 2 = 0$$

পৰাবৃত্তৰ অনন্তস্পৰ্শী ৰেখাদ্বয় নিৰ্ণয় কৰা।

5. (a) (i) Find the parametric equations for the line through  $P(5, -2, 1)$  and  $Q(2, 4, 2)$ .

$P(5, -2, 1)$  আৰু  $Q(2, 4, 2)$  বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাডালৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find a vector that is orthogonal to both of the vectors  $\vec{u} = 2i - j + 3k$  and  $\vec{v} = -7i + 2j - k$ .

$\vec{u} = 2i - j + 3k$  আৰু  $\vec{v} = -7i + 2j - k$  ভেক্টৰ দুটাৰ উভয়ৰে লম্ব হোৱা ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) (i) Find the parametric equations describing the line segment joining the points  $P(3, 0, 11)$  and  $Q(2, 6, 7)$ .

$P(3, 0, 11)$  আৰু  $Q(2, 6, 7)$  বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find the parametric equations of the line through  $(-5, 2)$  and parallel to  $2i - 3j$ .

$(-5, 2)$  বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু  $2i - 3j$ ৰ সমান্তৰাল হোৱা ৰেখাৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

6. (a) (i) Find the equation of the bisectors of the angles between pair of lines given by  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ .

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  সমীকৰণে বুজোৱা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকৰণৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find the equation of the polar of  $P(x_1, y_1)$  with respect to the conic  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ .

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

শাংকব সাপেক্ষে  $P(x_1, y_1)$  বিন্দুৰ প্ৰস্ৰীয়  
ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) (i) Find  $\lambda$  such that the equation  $12x^2 - 10xy + 2y^2 + 11x - 5y + \lambda = 0$  may represent a pair of straight lines.

$\lambda$  ৰ কি মানৰ বাবে

$$12x^2 - 10xy + 2y^2 + 11x - 5y + \lambda = 0$$

সমীকৰণ দুডাল ৰেখা নিৰ্দেশ কৰে।

(ii) Remove the  $xy$  term from the equation  $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 2 = 0$  by rotating the axes.

অক্ষদ্বয়ক ঘূৰাই  $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 2 = 0$

সমীকৰণৰ পৰা  $xy$  পদ অপনয়ন কৰা।

7. (a) (i) Find the condition that the line  $y = mx + c$  is a tangent to the parabola  $y^2 = 4ax$ .

$y = mx + c$  ৰেখাডাল  $y^2 = 4ax$  তাখিবৃত্তৰ স্পৰ্শক হোৱাৰ চৰ্ত নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Prove that the sum of the reciprocals of two perpendicular focal chords of a conic is constant.

প্ৰমাণ কৰা যে, এটা শাংকৰ দুডাল পৰস্পৰ লম্ব নাভীয় জগৰ প্ৰতিক্ৰমৰ সমষ্টি ধ্ৰুৱক।

- (b) (i) Show that the equation

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  represents an ellipse or a hyperbola according as

$ab - h^2 > 0$  or  $ab - h^2 < 0$  where

$abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 \neq 0$ .

দেখুওৱা যে,

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

সমীকৰণ যথাক্ৰমে এটা উপবৃত্ত বা পৰাবৃত্ত

নিৰ্দেশ কৰে যদি  $ab - h^2 > 0$  বা

$ab - h^2 < 0$ , য'ত

$abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 \neq 0$

(ii) Find the equation of the tangent to the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  at the point  $P$  whose vectorial angle is  $\alpha$ .

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  শাংকবৰ  $P$  বিন্দুৰ সদিশ কোণ  $\alpha$  হলে, বিন্দুটোৰ শাংকবৰ স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।